

Matematica Discreta-corso B- Informatica- appello del 17/2/09

1. Se , $\forall n \geq 0 \quad a_n = 2n^2 + 5n + 4 - 2 \sum_{i=0}^n i$, provare che la definizione ricorsiva della

sequenza $\{a_n\}_{n \geq 0}$ e' data da $\begin{cases} a_0 = 4 \\ a_n = a_{n-1} + 2n + 3 \end{cases}$.

2. Determinare le soluzioni del sistema di congruenze lineari $\begin{cases} 13x \equiv 7 \pmod{5} \\ 2x \equiv 25 \pmod{3} \\ 15x \equiv (a+1) \pmod{12} \end{cases}$

per il minimo positivo a per cui e' compatibile.

3. Sull'insieme $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ si consideri la relazione R cosi' definita:

$$R = \{(x,x) | x \in A\} \cup \{(1,2), (1,3), (5,6), (3,2), (2,1), (6,5), (3,1), (2,3)\}.$$

Disegnare il grafo diretto di R , da esso dedurre che si tratta di una relazione di equivalenza e determinare la partizione di A da essa determinata.

4. Sia data la permutazione $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 2 & 7 & 6 \end{pmatrix}$ del gruppo $(S_7, \circ)$.

a) Determinare la permutazione inversa di f^2 .

b) Determinare il periodo di f e scrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo $H = \langle f \rangle$.

c) Osservato che i gruppi $(H, \circ)$ e $(Z_7^*, \cdot)$ sono isomorfi, stabilire il numero degli isomorfismi tra essi ed esplicitarne almeno uno.

5. Sia dato l'insieme ordinato $(A, \subseteq)$ con $A = \{\emptyset, \{a\}, \{c\}, \{d\}, \{b,c\}, \{c,d\}, \{b,c,d\}, \{a,b,c,d\}\}$.

a) Disegnare il diagramma di Hasse di $(A, \subseteq)$ e stabilire se si tratta di un reticolo distributivo, complementato e di ogni elemento indicare gli eventuali complementi.

b) Determinare l'inf $\{\{a\}, \{b,c,d\}, \{d\}\}$ ed il sup $\{\{c\}, \{d\}, \{c,d\}\}$

c) Stabilire se $(A, \subseteq)$ e' un sottoreticolo del reticolo delle parti di $\{a,b,c,d\}$.